Concours d'admission en MPSI

Épreuve de physique-chimie

Conseils et directives

- ① Avant de commencer la rédaction, le (la) candidat(e) doit renseigner l'entête de chaque feuille de composition en inscrivant son nom, prénom et son numéro de candidature.
- ② Le (La) candidat(e) est invité(e) à s'assurer qu'il (elle) possède toutes les pages du sujet qui sont au nombre de ..... en plus de cette page de garde.
- ③ Le (La) candidat(e) attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
- ④ Le (La) candidat(e) est invité(e) à rédiger ses réponses avec une écriture claire, éviter les ratures et ne pas utiliser la couleur rouge dans l'écriture et le soulignement.
- ⑤ Le (la) candidat(e) est invité(e) à respecter la structure de chaque sujet et d'indiquer chaque question avec son numéro et celui du sujet pour faciliter la correction.
- ⑥ Si un (une) candidat(e) est amené(e) à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il (elle) le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il (elle) a été amené(e) à prendre.
- ⑦ L'usage de la calculatrice est autorisé.

Vendredi 12 juillet 2024

Durée : 3 heures

Problème 1 : Mécanique (physique et sport).

- Les deux parties sont indépendantes.
- Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé Galiléen.
- L'accélération de pesanteur supposée uniforme est $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$.

PARTIE A : SUPER G

Lors d'une descente de super G, un skieur repéré par le point M de coordonnées (x, y) dans le référentiel $R(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ part du point $(0, d_0)$ puis est astreint à suivre une trajectoire sinusoïdale de slalom, entre des portes espacées d'une distance L de manière à conserver à tout moment une vitesse dont la composante suivant Ox est constante : $\dot{x} = v_0 = 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- 1) Expliquer en quelques mots, en quoi consiste la cinématique du point.
- 2) La trajectoire se met sous la forme $y(x) = A \cdot \cos(B \cdot x)$. Exprimer A et B en fonction de d_0 et L .
- 3) Exprimer $x(t)$ puis $y(t)$.
- 4) En déduire les expressions des vecteurs vitesse et accélération du skieur.
- 5) Pour que le skieur reste en piste, il doit conserver à tout moment une accélération inférieure à une accélération limite a_L . quelle distance minimum $L_{\min}$ doit-on placer les portes.

On donne : $d_0 = 3 \text{ m}$ et $a_L = 7 \text{ ms}^{-2}$, calculez $L_{\min}$.

PARTIE B : SAUT à SKI

Le skieur s'élance en A sur un tremplin constitué de deux parties représentées en coupe sur la figure ci-contre. Le skieur est assimilé à un point M glissant dans le plan vertical de la figure. Le début de la piste entre A et B est rectiligne, de longueur $L = AB = 60 \text{ m}$ et de pente caractérisée par l'angle $\alpha = 35^\circ$. La fin de la piste entre B et C est assimilée à un arc de cercle de rayon $R = 10 \text{ m}$. Nous nous limitons à l'étude de la phase d'élan. Le skieur s'élance en A à l'instant $t = 0$ sans vitesse initiale. Entre A et B son mouvement est rectiligne et uniformément accéléré, d'accélération de norme a_0 .

1) Déterminez les lois horaires de l'abscisse $x(t)$ et de la vitesse $v(t)$ du Skieur.

2) On mesure t_B le temps de passage du skieur par le point B.

2-1) déterminez l'expression de l'accélération a_0 en fonction de L , α et t_B .

2-2) En déduire l'expression de la vitesse du skieur v_B au point B en fonction a_0 , α et L .

2-3) Calculez les valeurs numériques de a_0 et v_B sachant que $t_B = 5,10$ s

2-4) On suppose que le skieur glisse sans frottements sur AB.

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

a-Trouvez l'expression et la valeur de la vitesse v'_B en B.

b- Comparez v'_B et v_B , l'hypothèse est-elle validée, commentez.

2-5) On souhaite déterminer le coefficient de frottement solide noté K dans la phase de glissement entre A et B.

a-Justifiez que K est constant au cours du mouvement.

b-Exprimez la force de frottement $\vec{R}_x$ en fonction de K , g , α et m (masse du skieur +accessoires)

c-En appliquant le principe fondamental de la dynamique (PFD) trouvez l'expression de K en fonction de a_0 , g et α . Calculez sa valeur et commentez.

3) le Skieur aborde la piste BC en B avec la vitesse v_B , il glisse sans frottements.

on utilisera la base orthonormée de Frenet $(\vec{n}, \vec{t})$.

3-1) Par un théorème énergétique de votre choix montrez que la vitesse entre B et C s'écrit sous la forme $v(M) = w_0 \sqrt{\cos(\alpha - \theta) + \beta}$

Ou w_0 et β sont des constantes à exprimer en fonction des données.

3-2) faire l'inventaire des forces appliquées sur le Skieur entre B et C, puis exprimez leur composantes dans la base de Frenet. Représentez ces forces sur un schéma.

3-3) En projetant le PFD sur la normale $\vec{n}$, déterminez l'expression de la réaction de la piste sur le skieur en fonction de θ et des autres données.

3-4) Quelle est l'expression de la réaction en C.

1) Déterminez les lois horaires de l'abscisse $x(t)$ et de la vitesse $v(t)$ du Skieur.

2) On mesure t_B le temps de passage du skieur par le point B.

2-1) déterminez l'expression de l'accélération a_0 en fonction de L , g et t_B .

2-2) En déduire l'expression de la vitesse du skieur v_B au point B en fonction a_0 , g et L .

2-3) Calculez les valeurs numériques de a_0 et v_B sachant que $t_B = 5,10$ s

2-4) On suppose que le skieur glisse sans frottements sur AB.

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

a-Trouvez l'expression et la valeur de la vitesse v'_B en B.

b- Comparez v'_B et v_B , l'hypothèse est-elle validée, commentez.

2-5) On souhaite déterminer le coefficient de frottement solide noté K dans la phase de glissement entre A et B.

a-Justifiez que K est constant au cours du mouvement.

b-Exprimez la force de frottement $\vec{R}_x$ en fonction de K , g , α et m (masse du skieur +accessoires)

c-En appliquant le principe fondamental de la dynamique (PFD) trouvez l'expression de K en fonction de a_0 , g et α . Calculez sa valeur et commentez.

3) le Skieur aborde la piste BC en B avec la vitesse v_B , il glisse sans frottements.

on utilisera la base orthonormée de Frenet $(\vec{n}, \vec{t})$.

3-1) Par un théorème énergétique de votre choix montrez que la vitesse entre B et C s'écrit sous la forme $v(M) = R w_0 \sqrt{\cos(\alpha - \theta) + \beta}$

Ou w_0 et β sont des constantes à exprimer en fonction des données.

3-2) faire l'inventaire des forces appliquées sur le Skieur entre B et C, puis exprimez leur composantes dans la base de Frenet. Représentez ces forces sur un schéma.

3-3) En projetant le PFD sur la normale $\vec{n}$, déterminez l'expression de la réaction de la piste sur le skieur en fonction de θ et des autres données.

3-4) Quelle est l'expression de la réaction en C.

Problème 2 : Étude des circuits électroniques d'un appareil photo

1) Préliminaire

On dit qu'un dipôle linéaire est dans un état statique s'il est alimenté par une tension constante et le régime permanent est atteint. Dans cet état toutes les grandeurs électriques sont constantes dans le temps.

1.1) Écrire la relation entre la tension aux bornes d'un dipôle électriques et l'intensité du courant qui le traverse pour une bobine parfaite d'inductance propre L et un condensateur parfait de capacité C .

1.2) On utilisant les relations précédentes justifiez qu'en régime statique une bobine parfaite est équivalente à un interrupteur fermé et le condensateur parfait est équivalent à un interrupteur ouvert.

2) Étude du circuit primaire du flash

Attention : l'ouverture d'un appareil photo est dangereuse car le circuit électrique comporte un condensateur pouvant être chargé jusqu'à une tension de 300 V (même si la pellicule est terminée). Le risque de choc électrique est important.

Le schéma électrique du circuit commandant le flash est fortement simplifié dans la suite du problème. L'alimentation est une pile dont la force électromotrice continue est de $E = 1,5$ V. Pour atteindre des tensions de l'ordre de 300 V il faut utiliser un transformateur, lequel ne « fonctionne » qu'avec des tensions alternatives. La première partie du montage comporte donc un circuit oscillant qui permet d'obtenir une tension variable à partir d'une tension continue.

Le circuit étudié, dont l'interrupteur K est fermé lorsque l'opérateur arme le flash (à l'instant $t = 0$), est représenté ci-dessous.

La résistance r est la résistance interne de la pile d'alimentation. Le condensateur est initialement déchargé.

2.1) Déterminer la valeur de u_L au bout d'un temps très long.

2.2) Que valent i et u_L à l'instant $t = 0^+$, c'est à dire juste après la fermeture de l'interrupteur ? Justifier.

2.3) Déterminer les équations différentielles vérifiées par $i(t)$.

2.4) Quelle doit être la condition que doit vérifier r , pour que l'on obtient un régime pseudo-périodique ?

2.5) Dans la suite on suppose que cette condition est vérifiée, et on pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $m = \frac{r}{2L\omega_0}$ et $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - m^2}$. Récrire l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ en fonction de ces paramètres.

2.6) En régime pseudo-périodique, $i(t)$ est de la forme : $i(t) = e^{-m\omega_0 t} (K_1 \cos(\omega t) + K_2 \sin(\omega t))$.

Déterminer les constantes K_1 et K_2 .

Problème 2 : Étude des circuits électroniques d'un appareil photo

1) Préliminaire

On dit qu'un dipôle linéaire est dans un état statique s'il est alimenté par une tension constante et le régime permanent est atteint. Dans cet état toutes les grandeurs électriques sont constantes dans le temps.

1.1) Écrire la relation entre la tension aux bornes d'un dipôle électriques et l'intensité du courant qui le traverse pour une bobine parfaite d'inductance propre L et un condensateur parfait de capacité C .

1.2) On utilisant les relations précédentes justifiez qu'en régime statique une bobine parfaite est équivalente à un interrupteur fermé et le condensateur parfait est équivalent à un interrupteur ouvert.

2) Étude du circuit primaire du flash

Attention : l'ouverture d'un appareil photo est dangereuse car le circuit électrique comporte un condensateur pouvant être chargé jusqu'à une tension de 300 V (même si la pellicule est terminée). Le risque de choc électrique est important.

Le schéma électrique du circuit commandant le flash est fortement simplifié dans la suite du problème. L'alimentation est une pile dont la force électromotrice continue est de $E = 1,5$ V. Pour atteindre des tensions de l'ordre de 300 V il faut utiliser un transformateur, lequel ne « fonctionne » qu'avec des tensions alternatives. La première partie du montage comporte donc un circuit oscillant qui permet d'obtenir une tension variable à partir d'une tension continue.

Le circuit étudié, dont l'interrupteur K est fermé lorsque l'opérateur arme le flash (à l'instant $t = 0$), est représenté ci-dessous.

La résistance r est la résistance interne de la pile d'alimentation. Le condensateur est initialement déchargé.

- 2.1) Déterminer la valeur de u_L au bout d'un temps très long.
- 2.2) Que valent i et u_L à l'instant $t = 0^+$, c'est à dire juste après la fermeture de l'interrupteur? Justifier.
- 2.3) Déterminer les équations différentielles vérifiées par $i(t)$.
- 2.4) Quelle doit être la condition que doit vérifier r , pour que l'on obtient un régime pseudo-périodique?
- 2.5) Dans la suite on suppose que cette condition est vérifiée, et on pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $m = \frac{r}{2L\omega_0}$ et $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - m^2}$. Récrire l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ en fonction de ces paramètres.
- 2.6) En régime pseudo-périodique, $i(t)$ est de la forme : $i(t) = e^{-m\omega_0 t} (K_1 \cos(\omega t) + K_2 \sin(\omega t))$. Déterminer les constantes K_1 et K_2 .

2.7) On définit le décrement logarithmique δ de la tension u_L par $\delta = \ln \left(\frac{u_L(t)}{u_L(t + \frac{2\pi}{\omega})} \right)$.

Exprimer δ uniquement en fonction de m . Dans cette application, comment doit être δ ? Justifier.

2.8) On donne $r = 0,50 \Omega$, $C = 200 \text{ pF}$ et $L = 36 \text{ mH}$. Calculer la valeur numérique du décrement logarithmique. Évaluer l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.

2.9) On considère dans cette question qu'on peut négliger la résistance interne de la pile $r = 0$. Donner alors l'expression de $u_L(t)$ puis calculer la période des oscillations ($C = 200 \text{ pF}$ et $L = 36 \text{ mH}$).

3) Étude du circuit secondaire du flash

La tension au secondaire du transformateur est alternative et son amplitude est 200 fois plus importante que celle au primaire. Après redressement, cette tension permet de charger un condensateur de capacité C' jusqu'à une tension U_0 . Lors de la prise de la photo, ce condensateur se décharge dans le flash qui est alors équivalent à une résistance R_f (on ferme l'interrupteur K'). Le schéma équivalent à l'ensemble « secondaire du transformateur + redressement + condensateur + flash » est représenté ci-dessous.

On donne : $R_f = 10 \Omega$ et $r' = 180 \Omega$.

3.1) Rappeler l'expression de l'énergie W_c accumulée par le condensateur C' avant la fermeture de l'interrupteur.

3.2) On souhaite générer un flash d'une puissance égale à $4,0 \text{ W}$ et d'une durée de $0,10 \text{ s}$.

Calculer l'énergie électrique qu'elle doit être stockée dans le condensateur.

3.3) Déterminer un ordre de grandeur de la valeur de la capacité C' nécessaire sachant que $U_0 = 300 \text{ V}$. Commenter ce résultat.

3.4) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u_{C'}(t)$ (K' étant fermé).

3.5) La solution de cette équation est : $u_{C'}(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$ où $\tau = \frac{C'R_f r'}{R_f + r'}$.

Déterminer les constantes A et B .

3.6) Déterminer l'ordre de grandeur du temps nécessaire à la décharge du condensateur.

3.7) Tracer la courbe $u_{C'}(t)$.

Problème 3 : Chimie de l'azote

Données : Les données sont fournies à la température de 298 K ou 25°C.

- Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;
- Masses molaires en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$: $M_H = 1$; $M_O = 16$; $M_N = 14$;
- Produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-14}$.
- Couples :
  - * $\text{NH}_4^+ / \text{NH}_3(\text{aq})$: $pK_{a1} = 9,2$.
  - * $\text{H}_3\text{O}^+ / \text{H}_2\text{O}$: $pK_{a2} = 0$.
  - * $\text{H}_2\text{O} / \text{HO}^-$: $pK_{a3} = 14$.
- Conductivité molaire ionique : $\lambda^\circ_{\text{Cl}^-} = 7,631 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$, $\lambda^\circ_{\text{HO}^-} = 19,8 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$

1) Cinétique de formation de l'hydrazine

On s'intéresse à la réaction de formation de l'hydrazine par réaction entre la monochloramine $\text{NH}_2\text{Cl}(\text{aq})$ et l'ammoniac $\text{NH}_3(\text{aq})$, sous forte pression et en présence d'un large excès d'ammoniac :

Un suivi cinétique par spectroscopie à 27,3°C et $\text{pH} = 12,85$ a permis de déterminer la concentration en monochloramine au cours du temps à partir d'une solution de concentration initiale $2,00 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ en monochloramine et $1,00 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ en ammoniac. On obtient les résultats du tableau suivant :

$t(\text{min})$	0	10	20	30	50	70	90
$10^3 [\text{NH}_2\text{Cl}] (\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})$	2,00	1,86	1,73	1,61	1,40	1,21	1,05

On traite ces valeurs mesurées en calculant $\ln \left(\frac{10^3 [\text{NH}_2\text{Cl}]}{C^\circ} \right)$ où $C^\circ = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ est la concentration référence.

Après avoir utilisé un outil informatique de modélisation, le programme nous renvoie l'information suivante :

$$\ln \left(\frac{10^3 [\text{NH}_2\text{Cl}]}{C^\circ} \right) = 69,2 \cdot 10^{-2} - 7,15 \cdot 10^{-3} \times t$$

- 1.1) Dresser le tableau d'avancement de la réaction. On note x l'avancement molaire de la réaction et V_s le volume du mélange.
- 1.2) Trouver l'expression de la vitesse volumique v de la réaction en fonction $[\text{NH}_2\text{Cl}]$.
- 1.3) Comment évolue la vitesse volumique en fonction du temps? Justifier.
- 1.4) Définir le temps de demi-réaction $t_{\frac{1}{2}}$ et calculer numériquement sa valeur.

On peut suivre l'évolution de la réaction par mesure de la conductivité ionique σ de la solution en fonction du temps.

- 1.5) Montrer que la conductivité ionique σ s'écrit sous la forme : $\sigma = a + b [\text{Cl}^-]$ où a et b sont des constantes à déterminer en fonction de $\lambda^\circ_{\text{Cl}^-}$, $\lambda^\circ_{\text{HO}^-}$ et $[\text{HO}^-]_0$ concentration initiale de HO^- .
- 1.6) Comment évolue la conductivité ionique en fonction du temps? Justifier.

1.7) En déduire la conductivité ionique limite σ_l .

2) Teneur en élément azote d'un engrais

L'ammonitrate est un engrais azoté solide, bon marché, très utilisé dans l'agriculture. Il est vendu par sac de 500 kg et contient du nitrate d'ammonium $NH_4NO_{3(s)}$. Les indications fournies par le fabricant d'engrais sur le sac à la vente stipulent que le pourcentage en masse de l'élément azote N est de 34,4%.

Afin de vérifier l'indication du fabricant, on dose les ions ammonium NH_4^+ présents dans l'engrais en introduisant dans un bêcher $V_1 = 10,0 \text{ mL}$ d'une solution préparée en dissolvant 6,00 g d'engrais dans une fiole jaugée de $V_0 = 250 \text{ mL}$. Cette solution est dosée à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium $NaOH$ de concentration $C = 0,20 \text{ mol.L}^{-1}$. À l'équivalence, le volume de soude ajouté V_E est de 14,0 mL.

- 2.1) Le nitrate d'ammonium est très soluble dans l'eau. Écrire la réaction de dissolution correspondante.
- 2.2) L'ion ammonium NH_4^+ est-il un acide ou une base selon Brønsted? Justifier la réponse.
- 2.3) Écrire l'équation de la réaction correspondant au titrage.
- 2.4) Lors du titrage, suivi par évolution du pH , quelle(s) méthode(s) peut-on utiliser pour repérer l'équivalence? Expliquer.
- 2.5) Quelles sont toutes les espèces chimiques présentes dans le mélange réactionnel à l'équivalence? Le pH mesuré à l'équivalence est basique, justifier.
- 2.6) Déterminer la formule littérale de la quantité de matière d'ions NH_4^+ dans la fiole jaugée en fonction des données. Faire l'application numérique.
- 2.7) Calculer la masse d'azote (arrondie au gramme près) présente dans l'échantillon. Les indications du fabricant sont-elles correctes?
- 2.8) À l'équivalence, la réaction permettant de trouver la valeur du pH est celle entre NH_3 et H_2O . Écrire l'équation de la réaction et calculer sa constante d'équilibre.
- 2.9) Calculer le pH à l'équivalence.

1.7) En déduire la conductivité ionique limite σ_l .

2) Teneur en élément azote d'un engrais

L'ammonitrate est un engrais azoté solide, bon marché, très utilisé dans l'agriculture. Il est vendu par sac de 500 kg et contient du nitrate d'ammonium $NH_4NO_3(s)$. Les indications fournies par le fabricant d'engrais sur le sac à la vente stipulent que le pourcentage en masse de l'élément azote N est de 34,4%.

Afin de vérifier l'indication du fabricant, on dose les ions ammonium NH_4^+ présents dans l'engrais en introduisant dans un bêcher $V_1 = 10,0 \text{ mL}$ d'une solution préparée en dissolvant 6,00 g d'engrais dans une fiole jaugée de $V_0 = 250 \text{ mL}$. Cette solution est dosée à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium $NaOH$ de concentration $C = 0,20 \text{ mol.L}^{-1}$. À l'équivalence, le volume de soude ajouté V_E est de 14,0 mL.

- 2.1) Le nitrate d'ammonium est très soluble dans l'eau. Écrire la réaction de dissolution correspondante.
- 2.2) L'ion ammonium NH_4^+ est-il un acide ou une base selon Brønsted? Justifier la réponse.
- 2.3) Écrire l'équation de la réaction correspondant au titrage.
- 2.4) Lors du titrage, suivi par évolution du pH , quelle(s) méthode(s) peut-on utiliser pour repérer l'équivalence? Expliquer.
- 2.5) Quelles sont toutes les espèces chimiques présentes dans le mélange réactionnel à l'équivalence? Le pH mesuré à l'équivalence est basique, justifier.
- 2.6) Déterminer la formule littérale de la quantité de matière d'ions NH_4^+ dans la fiole jaugée en fonction des données. Faire l'application numérique.
- 2.7) Calculer la masse d'azote (arrondie au gramme près) présente dans l'échantillon. Les indications du fabricant sont-elles correctes?
- 2.8) À l'équivalence, la réaction permettant de trouver la valeur du pH est celle entre NH_3 et H_2O . Écrire l'équation de la réaction et calculer sa constante d'équilibre.
- 2.9) Calculer le pH à l'équivalence.